

Gyakorló feladatok a GEMAK6841B kódú tárgy

8. heti anyagához

I. Sajátérték(ek)et közelítő módszerek

- 1.) * Közelítse hatványmódszerrel az alábbi mátrixok domináns sajátértékét és a hozzá tartozó sajátvektort 4 lépésben a megadott vektorból indulva!

$$A_1 = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 2 \\ 2 & 6 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \quad q_1^{(0)} = 0, \quad v_1^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \varepsilon_1 = 0.05$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 6 \end{bmatrix}, \quad q_2^{(0)} = 0, \quad v_2^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \varepsilon_2 = 0.5$$

- 2.) * Hatványmódszerrel közelítse az alábbi mátrixok inverzének domináns sajátértékét és a hozzá tartozó sajátvektort 4 lépésben a megadott vektorból indulva!

$$A_3 = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 6 \end{bmatrix}, \quad q_3^{(0)} = 0, \quad v_3^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \varepsilon_3 = 0.05$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad q_4^{(0)} = 0, \quad v_4^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \varepsilon_4 = 0.2$$

- 3.) ** Közelítse hatványmódszerrel az alábbi mátrixok domináns sajátértékét és a hozzá tartozó sajátvektort a megadott vektorból indulva, ε hibával!

$$A_5 = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -1 \\ 0 & 4 & 1 \\ 3 & 0 & -4 \end{bmatrix}, \quad q_5^{(0)} = 0, \quad v_5^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \varepsilon_5 = 0.2$$

- 4.) ** Hatványmódszerrel közelítse az alábbi mátrixok inverzének domináns sajátértékét és a hozzá tartozó sajátvektort a megadott vektorból indulva, ε hibával!

$$A_6 = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & 0 \\ -1 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad q_6^{(0)} = 0, \quad v_6^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \varepsilon_6 = 0.45$$

- 5.) * Határozza meg a fenti mátrixok 2-normáját és 2-normában vett kondíciós számát!

- 6.) *** A fenti mátrixok esetén számolja ki a sajátértékeket és a hozzájuk tartozó sajátvektorokat, majd vesse össze, hogy a QR módszert $v^{(0)}$ -ból indulva 3 lépésben alkalmazva ehhez képest milyen eredményt kap!

II. Nemlineáris egyenlet megoldását közelítő módszerek I.

- 1.) * Intervallumfelező módszerrel közelítse az alábbi függvények gyökét adott n lépésben vagy ε hibakorlát mellett (amelyik feltétel előbb teljesül)!

- a) $f(x) = x^3 - 4x^2 - 44x + 76$, $x \in [7.19; 9]$; $n = 6$; $\varepsilon = 0.01$
- b) $f(x) = x^3 - 4x^2 - 44x + 76$, $x \in [1.1; 3.1]$; $n = 5$; $\varepsilon = 0.04$
- c) $f(x) = x^3 - 4x^2 - 44x + 76$, $x \in [-7.19; -5.1]$; $n = 10$; $\varepsilon = 0.4$
- d) $f(x) = 4x^3 + 7x^2 - 34x + 8$, $x \in [0; 1.09]$; $n = 5$; $\varepsilon = 0.1$
- e) $f(x) = 4x^3 + 7x^2 - 34x + 8$, $x \in [1.1; 3.1]$; $n = 6$; $\varepsilon = 0.3$
- f) $f(x) = 4x^3 + 7x^2 - 34x + 8$, $x \in [-5; -3.1]$; $n = 15$; $\varepsilon = 0.05$

- 2.) ** Közelítse intervallumfelező módszerrel a megadott intervallumon az alábbi egyenletek megoldását $n = 6$ lépésben, illetve $\varepsilon = 0.01$ hibakorlát mellett (amelyik feltétel előbb teljesül)!

- a) $\sin x = e^x - 3$; $x \in [1; 2]$
- b) $\cos x = x + 5$; $x \in [-6; -4]$
- c) $x^2 + \ln x = 0$; $x \in [0.5; 3.5]$
- d) $x^3 + 3 \cdot x^2 = e^{x-2}$; $x \in [-1; 0]$
- e) $x^3 + 3 \cdot x^2 = e^{x-2}$; $x \in [0; 1]$
- f) $x^3 + 3 \cdot x^2 = e^{x-2}$; $x \in [-4; -2]$
- g) $x^3 + 3 \cdot x^2 = e^{x-2}$; $x \in [8; 10]$